

Наука и техника, 1995. – 280 с. **4.** *Холевин В.В.* Электрофизические методы упрочнения деталей и нанесения покрытий. – М.: Машиностроение, 1991. – 78 с. **5.** *Белый А.В.* Поверхностная упрочняющая обработка с применением концентрированных потоков энергии. – Минск: Наука и техника, 1990. – 78 с. **6.** *Белоцкий А.В., Винниченко В.Н., Муха И.М.,* Ультразвуковое упрочнение металлов. – Киев: Техніка, 1989. – 167 с. **7.** *Мальгин Б.В.* Магнитное упрочнение инструмента и деталей машин. – М.: Машиностроение, 1989. – 112 с. **8.** Работы в области восстановления и упрочнения деталей. Материалы семинара. – М.: ротاپринт МДНТП, 1991. – 114 с. **9.** Методы повышения конструктивной прочности металлических материалов. Материалы семинара. – М.: ротاپринт МДНТП, 1988. – 143 с. **10.** *Бабей Ю.И.* Физические основы импульсного упрочнения стали и чугуна. – Киев: Наук. думка, 1988. – 240 с. **11.** *Степанов Г.В.* Модель механического поведения металлических материалов при действии нагрузок импульсного характера. // Проблемы прочности, 1978. – № 5. – С. 99-104. **12.** *Степанов Г.В.* Упруго-пластическое деформирование материалов под действием импульсных нагрузок. – К.: Наук. думка, 1979. **13.** *Степанов Г.В.* Распространение плоских волн в вязкопластичном материале с линейным упрочнением // Проблемы прочности, 1975. – № 8. – С. 68 - 71. **14.** *Ольсон Г.Б., Мескал Дж. Ф., Азрин Л.* Локализация деформаций при ударном нагружении / Ударные волны и явления высокоскоростной деформации металлов. – М.: Металлургия, 1984. – С. 67-89. **15.** *Кононенко В.Г.* Высокоскоростное формоизменение и разрушение металлов. – Харьков: Вища школа, 1980. – 232 с. **16.** *Воробьев Ю.С., Колодяжный А.В. и др.* Скоростное деформирование элементов конструкций. – Киев: Наук. думка, 1989. – 192 с.

Поступила в редакцию 07.05.2003

УДК 62-135

В.И.ГНЕСИН, докт. техн. наук; **Ю.А.БЫКОВ**, ИПМаш НАН Украины

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОГО ГАЗА ЧЕРЕЗ ПЛОСКУЮ РЕШЕТКУ КОЛЕБЛЮЩИХСЯ ПРОФИЛЕЙ

Пропонується чисельна схема рішення рівнянь Нав'є-Стокса, осереднених по Рейнольдсу для моделювання самозбудних коливань лопаток турбомашини у транзвуковому потоці в'язкого газу. Метод базується на схемі Годунова другого порядку точності. Наведено порівняння чисельних результатів течії газу з експериментальними та теоретичними даними.

The numerical scheme of solving Reynolds-averaged Navier-Stokes equations for simulation of self-exciting oscillations of turbine blade row in transonic viscous gas flow is proposed. The method is based on second order Godunov's scheme. Comparison of numerical results with experimental and theoretical ones is given.

Введение

Предсказание аэроупругого поведения лопаток требует разработки вычислительных методов для расчета нестационарных потоков через колеблющиеся решетки турбомашин. Для приемлемого моделирования флаттера и решения задачи силового взаимодействия в данной конфигурации требуется точный и эффективный аэродинамический метод, правильно определяющий нестационарные нагруз-

ки, способные демпфировать или возбуждать колебания лопаток.

Разработка компрессоров современных авиационных двигателей с увеличенным перепадом давления и уменьшенным весом приводит к появлению высоконагруженных ступеней, в которых поток в межлопаточных каналах часто достигает трансзвукового режима. Этот тип потока характеризуется возникновением ударных волн, взаимодействием ударной волны и пограничного слоя, и, при больших углах атаки, отрывом потока на стороне разрежения лопатки. Может возникать сложная комбинация таких явлений, если лопатки колеблются вследствие самовозбуждения или из-за неравномерности входного потока. Таким образом, аэродинамический анализ, используемый для вычисления нестационарных нагрузок на решетку лопаток, колеблющихся в трансзвуковом потоке, должен, по крайней мере частично, моделировать физические явления потока, упомянутые выше.

Решение поставленной задачи требует решения полных уравнений Навье-Стокса, но вследствие ограниченности вычислительных ресурсов приемлемым компромиссом может служить решение уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу совместно с соответствующей моделью турбулентности. Пример моделирования вязкого нестационарного потока с учетом взаимодействия статора и ротора приведен в работе [1]. Для решения уравнений Навье-Стокса при больших числах Рейнольдса часто используют приближение тонкого слоя как для плоских [2], так и для пространственных течений [3,4]. Пример решения линеаризованной вязкой трехмерной нестационарной задачи можно найти в [5]. Наиболее часто производят расчет плоского [1,6-8] или квази-трехмерного [9] вязкого нестационарного течения.

Среди моделей турбулентности, используемых сегодня, модели, использующие два уравнения, представляются более приемлемыми вследствие объединения существенно больше физики турбулентности и меньше эмпирических зависимостей, чем алгебраические модели, в то же время, избегая существенного усложнения численной реализации. Среди моделей вихревой вязкости с двумя уравнениями модель $k-\varepsilon$ [10] пользуется большой популярностью. При использовании пристеночной функции модель $k-\varepsilon$ дает приемлемые результаты при решении разнообразных инженерных задач [11-14]. Основным недостатком модели $k-\varepsilon$ является повышенная погрешность описания пограничных турбулентных слоев и сложность использования пристеночной функции демпфирования. Наиболее привлекательной альтернативой является модель $k-\omega$, разработанная Уилкоксом [15], более простая в реализации, и не требующая использования демпфирующих функций.

Схема, используемая для решения уравнений движения вязкого газа, должна иметь порядок аппроксимации не ниже второго [16]. Неявные вычислительные схемы второго порядка, обладающие большей устойчивостью по сравнению с явными, имеют меньшую вычислительную эффективность, чем явные схемы при той же точности решения (при одинаковом числе КФЛ).

Вместе с использованием схемы С.К. Годунова [17] явные схемы позволяют эффективно решать уравнения трансзвукового движения вязкого газа.

Основная цель данной статьи – представить метод расчета вязкого нестационарного течения через колеблющуюся решетку профилей.

Математическая модель

Двухмерное нестационарное течение вязкого газа описывается следующей системой осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса в дивергентной форме [18]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U} + \frac{\partial}{\partial x_1} \mathbf{F}_1 + \frac{\partial}{\partial x_2} \mathbf{F}_2 = \mathbf{0}; \quad (1)$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} p \\ \rho v_1 \\ \rho v_2 \\ e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} \rho v_1 \\ p + \rho v_1^2 - \tau_{11} \\ \rho v_1 v_2 - \tau_{12} \\ (p + e)v_1 - v_1 \tau_{11} - v_2 \tau_{12} - \lambda \frac{\partial T}{\partial x_1} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} \rho v_2 \\ \rho v_1 v_2 - \tau_{21} \\ p + \rho v_2^2 - \tau_{22} \\ (p + e)v_2 - v_1 \tau_{21} - v_2 \tau_{22} - \lambda \frac{\partial T}{\partial x_2} \end{bmatrix},$$

которая дополняется уравнением состояния совершенного газа $p = \rho R T$.

Здесь ρ – плотность; p – давление; v_1, v_2 – компоненты вектора скорости \mathbf{v} ;
 $e = \rho(\varepsilon + \frac{v_1^2 + v_2^2}{2})$ – полная энергия единицы объема; ε – внутренняя энергия единицы массы, T – температура, R – газовая постоянная, λ – коэффициент теплопроводности ($\lambda = \lambda_L(1 + \frac{\mu_T \text{Pr}}{\mu \text{Pr}_T})$), здесь λ_L – коэффициент теплопроводности ламинарного течения, Pr, Pr_T – числа Прандтля соответственно для ламинарного и турбулентного течения), τ_{ij} – тензор сдвиговых напряжений. В соответствии с принятой моделью турбулентности τ_{ij} определяется следующим образом: $\tau_{ij} = \tau_{ij}^L + \tau_{ij}^T$,

$\tau_{ij}^L = 2\mu(S_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\text{div}\mathbf{v})$, $\tau_{ij}^T = 2\mu_T(S_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\text{div}\mathbf{v}) - \frac{2}{3}\rho k\delta_{ij}$, $S_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i})$.

Для определения турбулентной вязкости μ_T и турбулентной кинетической энергии k используется k - ω модель турбулентности [15]:

$$\mu_T = \rho \frac{k}{\omega},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(pk) + \frac{\partial}{\partial x_i}(pkv_i - (\mu + \sigma_k \mu_T) \frac{\partial k}{\partial x_i}) &= \Pi - \beta^* p \omega k, \\ \frac{\partial}{\partial t}(p\omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(p\omega v_i - (\mu + \sigma_\omega \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_i}) &= \alpha \frac{\omega}{k} \Pi - \beta p \omega^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь

$$\Pi = \tau_{ij}^T S_{ij}^T, \quad \sigma_k = 1/2, \quad \sigma_\omega = 1/2, \quad \beta^* = 9/100, \quad \beta = 3/40, \quad \alpha = 5/9.$$

Граничные условия

На твердой стенке ставится условие прилипания, т.е. равенства скорости потока и скорости перемещения границы твердого тела: $\nu = w$ (здесь w – вектор скорости перемещения границы твердого тела) и отсутствие градиента давления и температуры: $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$ (здесь n – нормаль к границе).

Условие периодичности заключается в равенстве искомого вектора U из (1) на гранях расчетной сетки, отличающихся на период.

Постановка граничных условий на входе и выходе расчетной области основана на одномерной теории характеристик, согласно которой часть параметров нестационарного потока задаются равным соответствующим параметрам газа вне расчетной области. В случае, когда нормальная составляющая скорости на входе в расчетную область меньше скорости звука, задаются температура T_0 , давление p_0 заторможенного потока, направление потока β и условие сохранения левого инварианта Римана, который принимается равным своему значению в прилегающих ячейках: $I_- = v_n - \frac{2a_0}{\gamma - 1}$ (здесь v_n – нормаль-

ная составляющая скорости, a_0 – скорость звука в заторможенном потоке). В случае, когда нормальная составляющая скорости на входе в расчетную область больше скорости звука, задаются температура T_0 , давление p_0 заторможенного потока и все компоненты скорости. На выходе задается статическое давление p_2 , которое дополняется условием сохранения правого инварианта

Римана $I_+ = v_n + \frac{2a_0}{\gamma - 1}$, и условием изэнтропийности, если давление в гранич-

ной ячейке больше p_2 , или адиабаты Гюгонио, если давление в граничной ячейке меньше заданного выходного статического давления. В случае, если на выходной границе нормальная составляющая скорости будет больше скорости звука, то параметры на границе определяются экстраполяцией значений из прилегающей ячейки.

Для уравнений (2), моделирующих турбулентность, задаются следующие граничные условия: на твердых стенках: $k = 0$, $\omega = 60 \frac{\mu}{p\beta(\Delta y_1)^2}$, здесь Δy_1 –

расстояние до ближайшей к стенке точки; на гранях расчетной сетки, отличающихся на период – равенство k и ω ; на входе $\mu_T = 10^{-2..-5} \mu_L$; $\omega = (1..10) \frac{U_\infty}{L}$; $k = \frac{\mu_T \omega}{p}$, здесь U_∞ – скорость набегающего потока, L – характерный размер расчетной области [19]; на выходе $\frac{\partial k}{\partial n} = 0, \frac{\partial \omega}{\partial n} = 0$ (здесь n – нормаль к границе).

Численная реализация

Расчетная область разбивается на ячейки, являющиеся многоугольниками и имеющие произвольное число вершин. Искомые величины U аппроксимируются значениями (на временном шаге n) в центрах ячеек U^n и в средних точках граней U^{*n} . Величины U^{n+1} на временном шаге $n+1$ определяется интегрированием по времени:

$$U^{n+1} = U^n + \Delta t (1.5 \Delta U^n - 0.5 \Delta U^{n-1}).$$

Здесь Δt – шаг по времени, ΔU^n – приращение конвективных и диффузионных потоков на временном шаге n , определяемое интегрированием (1) по пространству:

$$\Delta U^n = -\frac{1}{\sigma} \left(\oint_{\partial\sigma} (F_1(U^{*n})n_1 + F_2(U^{*n})n_2) ds + \oint_{\partial\sigma} (\tilde{F}_1(U^{*n})n_1 + \tilde{F}_2(U^{*n})n_2) ds \right)$$

Здесь n_1, n_2 – компоненты нормали к границе ячейки, \tilde{F}_1, \tilde{F}_2 – добавочные члены, возникающие при движении границы области интегрирования:

$$\tilde{F}_1 = \begin{bmatrix} \rho w_1 \\ \rho v_1 w_1 \\ \rho v_2 w_1 \\ (p+e)w_1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{F}_2 = \begin{bmatrix} \rho w_2 \\ \rho v_1 w_2 \\ \rho v_2 w_2 \\ (p+e)w_2 \end{bmatrix}$$

Здесь w_1, w_2 – компоненты скорости перемещения границы области интегрирования.

Значения в средних точках граней U^{*n} определяются с помощью решения одномерной задачи о распаде разрыва [17] в движущейся системе координат, связанной с перемещающейся границей. В качестве начальных условий для задачи о распаде разрыва используются аппроксимированные значения с обеих сторон

границы: $U^{\pm n} = U^n + \Delta_i U^n \Delta x_i$, где $\Delta_i U^n = \min \mod \frac{\partial U^{*n}}{\partial x_i}$ (наименьшее по модулю

значение производной по всем граням соответствующей ячейки). Значения

$\frac{\partial U^{*n}}{\partial x_i}$ на границах ячеек принимаются равными $\frac{\partial U^{*n}}{\partial x_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U^n}{\partial x_i} \Big|_{cell+} + \frac{\partial U^n}{\partial x_i} \Big|_{cell-} \right)$,

где индексы $cell$ - и $cell$ + обозначают соответствующие величины в соседствующих с гранью ячейках. Производные в ячейках определяются с помощью форму-

лы Грина:
$$\frac{\partial U^n}{\partial x_j} \approx \frac{1}{\sigma} \int_{\sigma} \frac{\partial U^n}{\partial x_j} d\sigma = \frac{1}{\sigma} \oint_{\partial\sigma} U^{*n} n_j ds.$$

Уравнения (2), моделирующие турбулентность, интегрируются аналогично уравнениям (1). Значения параметров на гранях определяются из приближенного решения одномерной линеаризованной задачи Римана о распаде разрыва для уравнений (2) со следующими начальными условиями при $t = 0$:

$$k = k^-, \omega = \omega^- \text{ для } x < 0; k = k^+, \omega = \omega^+ \text{ для } x > 0.$$

Решение имеет следующий вид:

$$v_n > 0: k(\Delta t) \Big|_{x=0} \approx -\beta^* \omega^- k^- \Delta t, \quad \omega(\Delta t) \Big|_{x=0} \approx -\beta \omega^- \omega^- \Delta t,$$

$$v_n < 0: k(\Delta t) \Big|_{x=0} \approx -\beta^* \omega^+ k^+ \Delta t, \quad \omega(\Delta t) \Big|_{x=0} \approx -\beta \omega^+ \omega^+ \Delta t.$$

Здесь v_n – проекция скорости на нормаль к грани.

Существенное значение для получения приемлемого решения в области пограничного слоя имеет степень аппроксимации величин $\frac{\partial U^{*n}}{\partial x_i}$ на границах

твердого тела. Для обеспечения второго порядка используется следующее представление:

$$\frac{\partial U^{*n}}{\partial x_i} = \frac{\partial U^n}{\partial x_i} - 2n_i \left(\frac{\partial U^n}{\partial x_j} n_j - \frac{(U^n - U^{*n})}{\Delta y} \right)$$

Здесь n_1, n_2 – компоненты нормали к границе, Δy – расстояние по нормали от центра ячейки до границы.

Расчетная сетка

Расчетная область для межлопастного канала турбомшины состоит из трех областей: входная, шириной не менее шага решетки, средней, ограниченной средними линиями соседних межлопаточных каналов и содержащая профиль, и выходной, шириной не менее шага решетки. Расчетная область покрывается сеткой, состоящей из треугольных или четырехугольных ячеек. Для моделирования обтекания колеблющихся профилей узлы сетки, находящиеся на профиле, перемещаются совместно с профилем по заданной форме колебаний; узлы, находящиеся на внешних границах расчетной области являются неподвижными; перемещение внутренних узлов сетки является линейной интерполяцией перемещений узлов на границах.

Результаты численного моделирования. Обтекание пластины

С помощью описанного метода было проведено моделирование турбулентного потока возле пластины с углом атаки 0° . Расчет производился на H-сетке размером 40×120 с 100 ячейками на пластине вдоль направле-

ния потока, большая часть ячеек поперек потока находилась в пределах турбулентного пограничного слоя. Набегающий поток имел скорость $M = 0,2$, число Рейнольдса $Re = 10^5$. На рис. 1 представлено распределение коэффициента поверхностного трения в логарифмических координатах. Расчет показывает переход от ламинарного к турбулентному течению при $Re_x = 1,6 \cdot 10^4$. Для сравнения приведены закон Блазиуса

$$c_f = \frac{1,328}{\sqrt{Re_x}}$$

для ламинарного течения и закон Прандтля $c_f = \frac{0,074}{Re_x^{1/5}}$ для турбулентного течения

[20]. Результат расчета свидетельствует о правдоподобности реализации модели турбулентности и граничных условий.

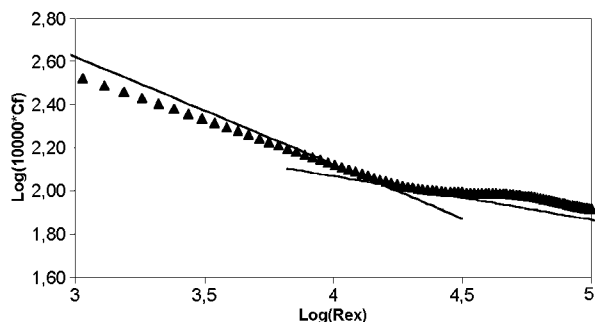


Рис. 1. Коэффициент поверхностного трения для пластины при $Re = 10^5$ и $M = 0,2$.

Трансзвуковое обтекание турбинной решетки

С помощью описанного метода было проведено численное моделирование потока вязкого газа через турбинную решетку, колеблющуюся по заданному закону на нерасчетном режиме. Описание геометрии и результаты экспериментов приведены в [21]. При расчете использовалась неструктурная сетка из треугольных ячеек (рис. 2) с числом ячеек 10000.

Решетка состояла из профилей с хордой 0,0778 м. Лопатки установлены в решетке под углом $-40,85^\circ$, с шагом 0,05655 м. Расчеты производились при следующих условиях: давление торможения $p_0 = 229800$ Па, давление на выходе $p_2 = 122400$ Па ($M = 0,99$), угол атаки на входе 34° , температура заторможенного потока $T_0 = 300^\circ K$, коэффициент вязкости $\mu = 1,96 \cdot 10^{-5}$ кг/м-сек, коэффициент теплопроводности $\lambda = 0,0278$ Дж/м-сек-град, число Прандтля $Pr = 0,72$, $Pr_T = 0,9$. Обтекание при данных условиях характеризуется наличием отрыва на стороне разрежения лопатки и ударной волной в позиции 0,75 хорды. Задача решалась для заданных изгибных колебаний профилей с амплитудой $h_0 = 0,0036$ от хорды и со сдвигом фаз 72° , 144° , 180° , -144° , -72° .

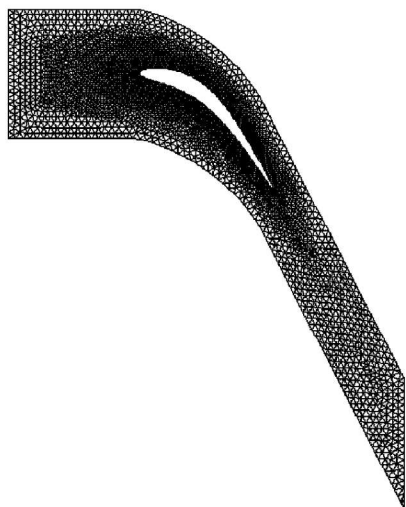


Рис. 2. Сетка для турбинной решетки

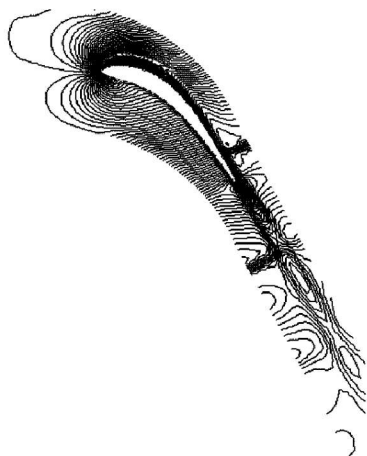


Рис. 3. Изолинии скорости



Рис. 4. Течение в области отрыва

Для моделирования потока через колеблющиеся профили с заданным сдвигом фаз количество каналов, участвующих в расчете, увеличивалось таким образом, чтобы суммарный сдвиг фаз был кратен 360° .

На рис. 3 изображены изолинии скорости, по которым можно определить положение ударной волны и отрывной зоны, а на рис. 4 показана увеличенная картина течения в области отрыва на стороне разрежения лопатки.

На рис. 5 представлено распределение расчетного и полученного из экспериментальных данных изэнтропического числа Маха по обводу профиля. На рисунке хорошо видна зона

отрыва и ударная волна. Предсказанное положение ударной волны несколько дальше измеренного в эксперименте, а интенсивность ударной волны несколько меньше, тем не менее, наблюдается хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных.

На рис. 6,7,8,9,10 представлены полученные в результате моделирования распределения по обводу профиля амплитуды и фазы первой гармоники ко-

эффициента нестационарного давления $\tilde{c}_p = \frac{p}{(p_0 - p_1)h_0 c}$ (здесь h_0 – ампли-

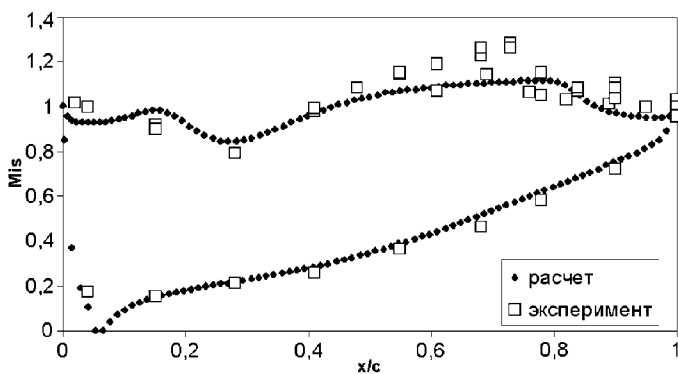
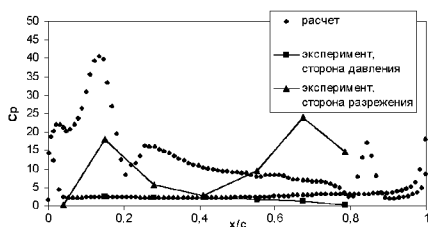
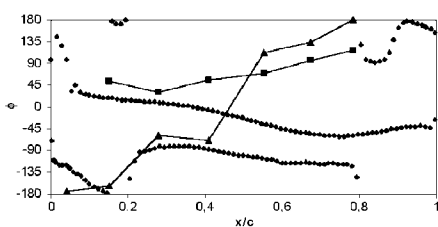


Рис. 5. Распределение изэнтропического числа Маха.

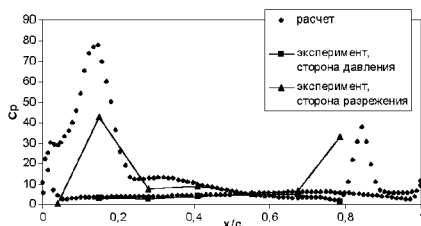


Амплитуда нестационарного давления

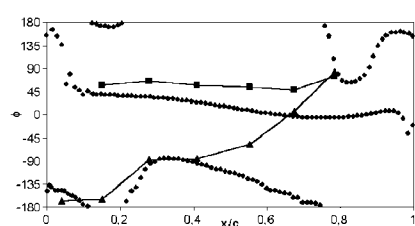


Фаза нестационарного давления

Рис. 6. Распределение коэффициента нестационарного давления, МЛФУ = +72°.



Амплитуда нестационарного давления



Фаза нестационарного давления

Рис. 7. Распределение коэффициента нестационарного давления, МЛФУ = +144°.

туда изгибных колебаний, s – длина хорды) и экспериментальные данные. Рисунки соответствуют сдвигу фаз +72°, +144°, 180°, -72° и -144°.

Приведенные результаты показывают удовлетворительное совпадение с экспериментом, в то же время, предсказывая положение ударной волны и соответствующее увеличение амплитуды нестационарного давления слишком далеко вниз по потоку. Наихудшее совпадение фазы нестационарного давления с экспериментом наблюдается при положительных углах МЛФУ = +72° и МЛФУ = +144°.

При определении условий самовозбуждающихся колебаний лопаток

имеет значение не столько распределение нестационарного давления, сколько величины интегральных характеристик, таких как амплитуда, фаза и момент нестационарной силы, действующей на профиль, и работа, совершаемая этими силами. На рис. 11 представлена зависимость коэффициента аэродинамического демпфирования $\Xi = -\frac{\int F_w ds}{(p_0 - p_1)\pi h_0^2 c}$, являющегося безразмерной ра-

ботой нестационарных аэродинамических сил со знаком «минус», от межлопаточного угла сдвига фаз.

Рисунок демонстрирует характерную зависимость коэффициента аэродемпфирования от угла сдвига фаз.

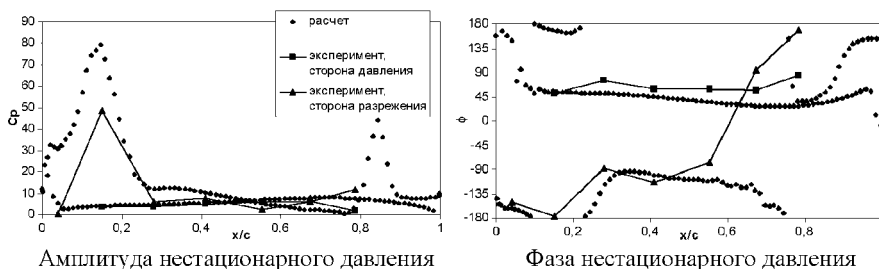


Рис. 8. Распределение коэффициента нестационарного давления, МЛФУ = +180°.

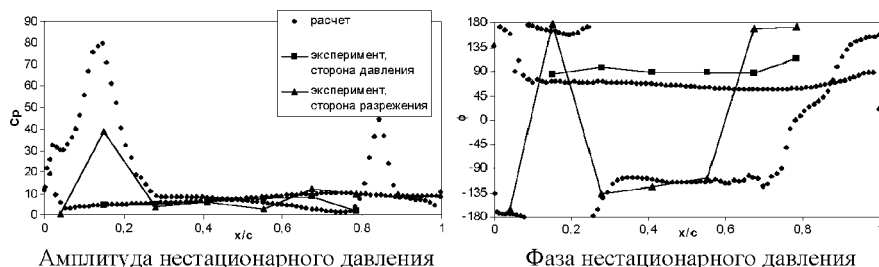


Рис. 9. Распределение коэффициента нестационарного давления, МЛФУ = -144°.

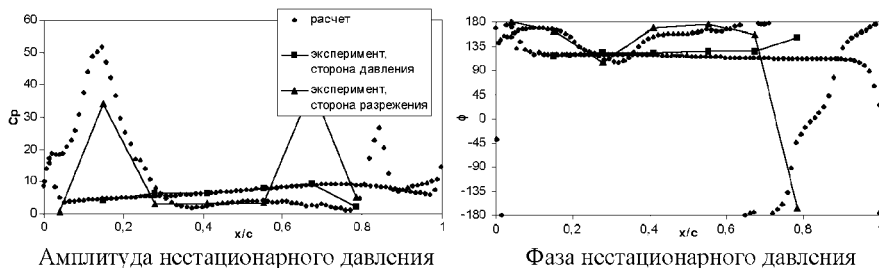


Рис. 10. Распределение коэффициента нестационарного давления, МЛФУ = -72°.

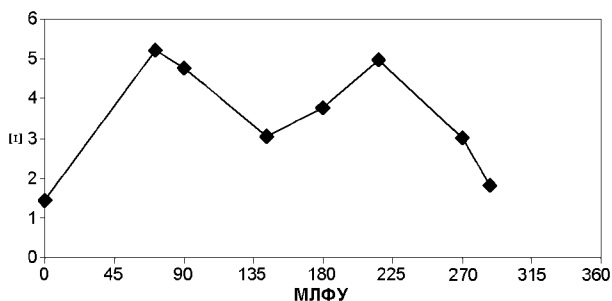


Рис. 11. Коэффициент аэродемпфирования

Заключение

Разработан алгоритм решения уравнений Навье-Стокса движения вязкого сжимаемого газа через колеблющиеся решетки профилей. Численная явная схема имеет второй порядок точности по пространству и времени и использует метод С.К.Годунова, дающий повышенную точность определения параметров потока. В алгоритм входит схема решения хорошо зарекомендовавших себя уравнений моделирования турбулентности $k-\omega$.

Полученные результаты моделирования течения около плоской пластины и через колеблющуюся турбинную решетку в нерасчетном режиме показывают удовлетворительное совпадение экспериментальных данных с расчетными данными.

Описанный метод предполагает использование плоских сеток любой структуры и может быть без существенных изменений использован для моделирования трехмерных течений, что является целью дальнейшей работы.

Список литературы: 1. Русаков А.В., Еринов С.В. Численный метод расчета трехмерного вязкого течения в турбомашине с учетом нестационарного взаимодействия неподвижных и вращающихся решеток. // Труды Международной научно-технической конференции «Совершенствование турбоустановок методами математического и физического моделирования», Харьков, 29 сентября – 2 октября 1997 г. – С. 158-165. 2. Ayer T.C., Verdon J.M. Validation of a Nonlinear Unsteady Aerodynamic Simulator for Vibrating Blade Rows. // ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 120, January 1998, pp. 112-121. 3. Chew J.W., Marshall J.G. *u dp*. Part-Speed Flutter Analysis of a Wide-Chord Fan Blade. // Unsteady Aerodynamics and Aeroelasticity of Turbomachines, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1998. – pp. 707-724. 4. He L., Denton J.D. Three-Dimensional Time-Marching Inviscid and Viscous Solutions for Unsteady Flows Around Vibrating Blades. // ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 116, July 1994, pp. 469-476. 5. Sbardella L., In-regin M. Linearized Unsteady Viscous Turbomachinery Flows Using Hybrid Grids. // ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 123, July 2001, pp. 568-582. 6. Grüber B., Carstens V. The Impact of Viscous Effects on the Aerodynamic Damping of Vibrating Transonic Compressor Blades – A Numerical Study. // ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 123, April 2001, pp. 409-417. 7. Grüber B., Carstens V. Computation of the Unsteady Transonic Flow in Harmonically Oscillating Turbine Cascades Taking Into Account Viscous Effects. // ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 120, January 1998, pp. 104-111. 8. Höch W., Fransson T.H. Flutter Analysis of Two-Dimensional Viscous Subsonic and Transonic Flow in Turbomachines Using the Advection Upstream Splitting Method. // Unsteady Aerodynamics and Aeroelasticity of Turbomachines, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1998. – pp. 195-210. 9. Weber S., Gallus H.E. *u dp*. Numerical Solution of the Navier Stokes Equations for Unsteady Unstalled and Stalled Flow in Turbomachinery Cascades with Oscillating Blades. //

Unsteady Aerodynamics and Aeroelasticity of Turbomachines, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1998. – pp. 477-491. **10.** *Launder B.E., Spalding D.B.* The Numerical Computation of Turbulent Flows. // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 3, No. 2, 1974, pp. 269-286. **11.** *Gerolymos G.A., Tsanga G. u dp.* Near Wall k - ϵ Computation of Transonic Turbomachinery Flows with Tip Clearance. // AIAA Journal, Vol. 36, No. 10, October 1998, pp. 1769-1777. **12.** *Speziale, C.G. Abid R.* A new near-wall model for Reynolds stress turbulence closures with no wall damping. Bull. Am. Phys. Soc., Vol. 39, 1994, p. 1911. **13.** *Biswas D., Ishizuka M. u dp.* Application of an Improved k - ϵ Turbulence Model to Predict the Compressible Viscous Flow Behavior in Turbomachinery Cascades. // JSME International Journal, Series B, Vol. 43, No. 1, 2000, pp. 12-21. **14.** *Jennions I.K., Turner M.G.* Three-Dimensional Navier-Stokes Computations of Transonic Fan Flow Using an Explicit Flow Solver and an Implicit k - ϵ Solver. // ASME Journal of Turbomachinery, April 1993, Vol. 115, pp. 261-272. **15.** *Wilcox D.C.* Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models. // AIAA Journal, Vol. 26, No. 11, 1988, pp. 1299-1310. **16.** Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. – Москва: Мир, 1991. **17.** Соколовский Г.А., Гнесин В.И. Нестационарные трансзвуковые и вязкие течения в турбомашинах – Киев: Наук. Думка, 1986. – 260 с. **18.** Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – Москва: Наука, 1970. – 904 с. **19.** Menter F.R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. // AIAA Journal, Vol. 32, No. 8, August 1994, pp. 1598-1605. **20.** Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – Москва: Наука, 1969. **21.** Fransson T.H., Jöcker M. u dp. Viscous and Inviscid Linear/Nonlinear Calculations Versus Quasi-Three-Dimensional Experimental Data for a New Aeroelastic Turbine Standard Configuration. // ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 121, October 1999, pp. 717-725.

Поступило в редакцию 16.01.2003

УДК 621.452.3.011

П.П.ГРИГОРЬЕВА, Ю.А.ЛЫМАРЕНКО, Запорожский государственный университет;

А.Д.ШАМРОВСКИЙ, д-р физ.-мат. наук, Запорожская государственная инженерная академия

ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ ДИСКА С ЛОПАТКАМИ ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Лопатки і диски є одними з найбільш навантажених елементів газотурбінних двигунів. З огляду на велику складність задачі, дослідження їх роботи потребує застосування сучасних методів, що ґрунтуються на використанні ЕОМ. При цьому дуже цікаві є дискретні моделі, як такі, що найліпше пристосовані для такого дискретного приладу, як ЕОМ. У статті пропонується дискретна модель диска газотурбінного двигуна, що дозволяє враховувати вигинні коливання лопаток сумісно із рухом диска. Використання властивості симетрії системи дає можливість звести задачу із великою кількістю степенів свободи до задачі з двома або трьома степенями свободи. Описані усі власні форми коливань системи.

Blades and disks are the most loaded elements of gas-turbine engines. In view of the big complexity of a problem, research of their work demands application of the modern methods based on use of the computer. Thus discrete models, as in the best way adapted for such discrete device, as represent the computer, are very interesting. In the article the discrete model of a gas-turbine engine disk with blades is offered, allowing to take into account winding oscillations of blades together with movement of a disk. Use of symmetry of system allows to reduce a task about oscillations of system with the big number of